Контрольная работа № 1(решение)

«Алгебраические уравнения. Системы нелинейных уравнений»

Вариант 2

1) $2x^4 - 5x^3 - x^2 - 5x - 3 \;\big|\; x - 3$

$-\;\underline{2x^4 - 6x^3} \qquad\qquad 2x^3 + x^2 + 2x + 1$

$x^3 - x^2$

$-\;\underline{x^3 - 3x^2}$

$2x^2 - 5x$

$-\;\underline{2x^2 - 6x}$

$x - 3$

$-\;\underline{x - 3}$

0

Ответ: $2x^3 + x^2 + 2x + 1$.

2) $3x^3 - x^2 - 8x - 4 = 0$ Определим делители свободного члена, этими числами являются $\pm 1; \pm 2; \pm 4$. Обозначим многочлен P_3, тогда:

$P_3(-1) = -3 - 1 + 8 - 4 = 0$; $P_3(1) = 3 - 1 - 8 - 4 \neq 0$;

$P_3(-2) = -24 - 4 + 16 - 4 \neq 0$; $P_3(2) = 24 - 4 - 16 - 4 = 0$;

$P_3(-4) = -192 - 16 + 32 - 4 \neq 0$; $P_3(4) = 192 - 16 - 32 - 4 \neq 0$;

Получаем, что числа 2 и – 1 являются корнями нашего уравнения.

Разделим P_3 на многочлен $(x - 2)(x + 1) = x^2 - 2x + x - 2 = x^2 - x - 2$;

$3x^3 - x^2 - 8x - 4 \;\big|\; x^2 - x - 2$

$-\;\underline{3x^3 - 3x^2 - 6x} \qquad\qquad 3x + 2$

$2x^2 - 2x - 4$

$-\;\underline{2x^2 - 2x - 4}$

0

Наше уравнение можно записать в виде $(x - 2)(x + 1)(3x + 2) = 0$

Найдём корни уравнения $3x + 2 = 0$; $3x = -2$; $x = -\frac{2}{3}$.

Ответ: $-1; -\frac{2}{3}; 2$.

3) 1) $\begin{cases} 2x^2 + y = 4 \\ x + y = 3 \end{cases}$

Вычтем из первого уравнения второе: $2x^2 - x = 1$ или $2x^2 - x - 1 = 0$;

Решим полученное уравнение: $2x^2 - x - 1 = 0$

$D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 1 + 8 = 9$; $x_1 = \frac{1+3}{4} = 1$; $x_2 = \frac{1-3}{4} = -\frac{1}{2}$;

Подставим полученные корни во второе уравнение $x + y = 3$;

$1 + y = 3$; $y_1 = 2$; $-\frac{1}{2} + y = 3$; $y_2 = 3\frac{1}{2}$;

Ответ: $(1; 2)$; $(-\frac{1}{2}; 3\frac{1}{2})$.

2) $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2xy = 16 \\ x + y = -2 \end{cases}$

Преобразуем первое уравнение системы $x^2 - 2xy + y^2 = 16$ используя формулу квадрата разности $(x - y)^2 = 16$. Тогда нашу систему можно разбить на две:

$\begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = -2 \end{cases}$ и $\begin{cases} x - y = -4 \\ x + y = -2 \end{cases}$

Решим первую систему уравнений.

Сложим оба уравнения системы: $2x = 2$; $x = 1$;

Вычтем из первого уравнения второе: $-2y = 6$; $y = -3$; Тогда $(1; -3)$.

Решим вторую систему уравнений.

Сложим оба уравнения системы: $2x = -6$; $x = -3$;

Вычтем из первого уравнения второе: $-2y = -2$; $y = 1$; Тогда $(-3; 1)$.

Ответ: $(-3; 1)$; $(1; -3)$.

4) Пусть в бригаде было x человек, а в день они работали y часов. Примем объём всей работы за единицу, тогда производительность труда за один час можно выразить в виде $\frac{1}{14xy}$. Используя условия задачи составляем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{(x+4)(y+1)}{14xy} = \frac{1}{10} \\ \frac{(x+10)(y+2)}{14xy} = \frac{1}{7} \end{cases} \quad (x \neq 0;\ y \neq 0).$$

$\begin{cases} 10(x + 4)(y + 1) = 14xy \\ 7(x + 10)(y + 2) = 14xy \end{cases}$ $\begin{cases} 5(x + 4)(y + 1) = 7xy \\ (x + 10)(y + 2) = 2xy \end{cases}$

Упростим каждое из уравнений системы:

$$\begin{cases} 5(xy + 4y + x + 4) = 7xy \\ xy + 10y + 2x + 20 = 2xy \end{cases} \qquad \begin{cases} 5xy + 20y + 5x + 20 = 7xy \\ 2x + 10y + 20 = xy \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 20y + 20 = 2xy \\ 2x + 10y + 20 = xy \end{cases}$$

Умножим второе уравнение на 2 и сложим оба уравнения:

$$\begin{array}{r} 5x + 20y + 20 = 2xy \\ - \quad 4x + 20y + 40 = 2xy \\ \hline x - 20 = 0, \end{array}$$

откуда $x = 20$

Найдём кол-во часов, подставим найденное число 20:

$$(20 + 10)(y + 2) = 2 \cdot 20y$$

$$30y + 60 = 40y$$

$$-10y = -60$$

$$y = 6$$

Ответ: 20 человек работали по 6 часов в день.

sansei-alex.ru