Решение контрольной работы № 2

«Производная»

Вариант 1

1) а) $f'(x) = (3x^5 - 12x^2 + 6x + 2)' = 15x^4 - 24x + 6$

$f'(1) = 15 \cdot 1^4 - 24 \cdot 1 + 6 = 15 - 24 + 6 = -3$

б) $f'(x) = (x \cdot \sin x)' = (x)' \cdot \sin x + x \cdot (\sin x)' = 1 \cdot \sin x + x \cdot \cos x =$

$= \sin x + x \cos x;$

$f'(\frac{\pi}{2}) = \sin\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot \cos\frac{\pi}{2} = 1 + \frac{\pi}{2} \cdot 0 = 1 + 0 = 1$

Ответ: а) $15x^4 - 24x + 6$; -3 б) $\sin x + x\cos x$; 1.

2) а) $f'(x) = (\frac{2x+1}{x-3})' = \frac{(2x+1)' \cdot (x-3) - (2x+1) \cdot (x-3)'}{(x-3)^2} =$

$= \frac{2 \cdot (x-3) - (2x+1) \cdot 1}{(x-3)^2} = \frac{2x-6-2x-1}{(x-3)^2} = \frac{-7}{(x-3)^2} = -\frac{7}{(x-3)^2}$

б) $f'(x) = (5\sqrt[5]{x^3})' = (5 \cdot x^{\frac{3}{5}})' = 5 \cdot \frac{3}{5} \cdot x^{\frac{3}{5}-1} = 3 \cdot x^{-\frac{2}{5}} = \frac{3}{\sqrt[5]{x^2}}$

в) $f'(x) = (5^x)' = 5^x \cdot \ln 5 = 5^x \ln 5$

г) $f'(x) = (\sqrt{2x-1})' = ((2x-1)^{\frac{1}{2}})' = \frac{1}{2} \cdot (2x-1)^{\frac{1}{2}-1} \cdot (2x-1)' =$

$= \frac{1}{2} \cdot (2x-1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2 = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$

Ответ: а) $-\frac{7}{(x-3)^2}$ б) $\frac{3}{\sqrt[5]{x^2}}$ в) $5^x \ln 5$ г) $\frac{1}{\sqrt{2x-1}}$.

3) $y' = (\operatorname{tg} 4x)' = \frac{1}{\cos^2 4x} \cdot (4x)' = \frac{1}{\cos^2 4x} \cdot 4 = \frac{4}{\cos^2 4x}$

$y'(-\frac{\pi}{4}) = \frac{4}{\cos^2(4 \cdot (-\frac{\pi}{4}))} = \frac{4}{\cos^2 \pi} = \frac{4}{(-1)^2} = \frac{4}{1} = 4$

Ответ: 4.

4) $y' = (x^3 - 6x^2 + 9x - 11)' = 3x^2 - 12x + 9$; составляем уравнение:

$3x^2 - 12x + 9 = 0$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

находим корни по теореме, обратной теореме Виета, 1 и 3;

Ответ: 1; 3.

5) а) $f'(x) = \left(\frac{6}{\sqrt[3]{x}} + 3\sqrt[3]{x^4}\right)' = \left(6x^{-\frac{1}{3}} + 3x^{\frac{4}{3}}\right)' = 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot x^{-\frac{1}{3}-1} + 3 \cdot \frac{4}{3} \cdot x^{\frac{4}{3}-1} =$

$= -2 \cdot x^{-\frac{4}{3}} + 4 \cdot x^{\frac{1}{3}} = -\frac{2}{\sqrt[3]{x^4}} + 4 \cdot \sqrt[3]{x} = -\frac{2}{x\sqrt[3]{x}} + 4\sqrt[3]{x}$

б) $f'(x) = (\ln(3+2x))' = \frac{1}{3+2x} \cdot (3+2x)' = \frac{1}{3+2x} \cdot 2 = \frac{2}{3+2x}$

в) $f'(x) = \left(x \cdot \sqrt{x^2+2x+3}\right)' = (x)' \cdot \sqrt{x^2+2x+3} + x \cdot \left(\sqrt{x^2+2x+3}\right)' =$

$= 1 \cdot \sqrt{x^2+2x+3} + x \cdot \left((x^2+2x+3)^{\frac{1}{2}}\right)' =$

$= \sqrt{x^2+2x+3} + x \cdot \frac{1}{2} \cdot (x^2+2x+3)^{\frac{1}{2}-1} \cdot (x^2+2x+3)' =$

$= \sqrt{x^2+2x+3} + \frac{x}{2} \cdot (x^2+2x+3)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2x+2) =$

$= \sqrt{x^2+2x+3} + \frac{x}{2} \cdot \frac{2(x+1)}{\sqrt{x^2+2x+3}} = \sqrt{x^2+2x+3} + \frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+2x+3}} =$

$= \frac{x^2+2x+3+x^2+x}{\sqrt{x^2+2x+3}} = \frac{2x^2+3x+3}{\sqrt{x^2+2x+3}}$

Ответ: а) $-\frac{2}{x\sqrt[3]{x}} + 4\sqrt[3]{x}$ б) $\frac{2}{3+2x}$ в) $\frac{2x^2+3x+3}{\sqrt{x^2+2x+3}}$.

6) $v(t) = x'(t) = (13 + 10t - 5t^2)' = 10 - 10t$, так как по условию точка должна остановиться, то $v(t) = 0$, $10 - 10t = 0$, отсюда $t = 1$

Ответ: 1.

7) $f'(x) = (\ln\sqrt{cosx})' = \frac{1}{\sqrt{cosx}} \cdot (\sqrt{cosx})' = \frac{1}{\sqrt{cosx}} \cdot \left((cosx)^{\frac{1}{2}}\right)' =$

$= \frac{1}{\sqrt{cosx}} \cdot \frac{1}{2} \cdot cosx^{\frac{1}{2}-1} \cdot (\cos x)' = \frac{1}{2\sqrt{cosx}} \cdot cosx^{-\frac{1}{2}} \cdot (-\sin x) =$

$= \frac{1}{2\sqrt{cosx}} \cdot \frac{1}{\sqrt{cosx}} \cdot (-\sin x) = -\frac{sinx}{2cosx} = -\frac{tgx}{2}$

Ответ: $-\frac{tgx}{2}$.