

Решение итоговой контрольной работы

Вариант 1

$$1) \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3}+1) - (\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{3}+1-\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3})^2-1^2} = \frac{2}{3-1} = \frac{2}{2} = 1$$

что и требовалось доказать.

2) Коэффициент при x^2 равен -1 , значит ветви параболы направлены вниз, поэтому функция $y = -x^2 - 6x - 8$ имеет наибольшее значение в вершине параболы. Находим координаты вершины параболы:

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2 \cdot (-1)} = -3 \quad y_0 = -(-3)^2 - 6 \cdot (-3) - 8 = -9 + 18 - 8 = 1,$$

таким образом наибольшее значение $-x^2 - 6x - 8$ равно 1;

Ответ: 1.

$$3) \begin{cases} 2x - y = 1 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \end{cases}$$

преобразуем второе уравнение системы:

$$\frac{1^y}{x} + \frac{1^x}{y} = \frac{5}{6}$$
$$\frac{y+x}{xy} = \frac{5}{6}$$

$$6(x+y) = 5xy$$

$$6x + 6y = 5xy$$

система примет вид:

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 6x + 6y = 5xy \end{cases}$$

в первом уравнении выражаем y через x : $y = 2x - 1$

выполним подстановку во второе уравнение системы:

$$6x + 6(2x - 1) = 5x(2x - 1)$$

$$6x + 12x - 6 = 10x^2 - 5x$$

$$18x - 6 = 10x^2 - 5x$$

$$-10x^2 + 5x + 18x - 6 = 0$$

$$-10x^2 + 23x - 6 = 0$$

$$D = 23^2 - 4 \cdot (-10) \cdot (-6) = 529 - 240 = 289 > 0$$

$$x_{1;2} = \frac{-23 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot (-10)} = \frac{-23 \pm 17}{-20}$$

$$x_1 = \frac{-23+17}{-20} = \frac{-6}{-20} = \frac{3}{10} = 0,3 \quad x_2 = \frac{-23-17}{-20} = \frac{-40}{-20} = 2$$

выполним подстановку найденных значений в $y = 2x - 1$:

$$y_1 = 2 \cdot 0,3 - 1 = 0,6 - 1 = -0,4 \quad y_2 = 2 \cdot 2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

проверка: при всех значениях x и y , произведение $xy \neq 0$

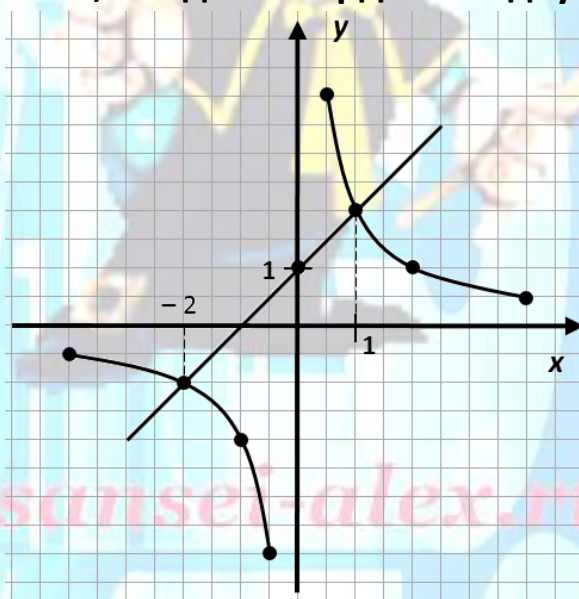
Ответ: $(0,3; -0,4)$ и $(2; 3)$.

4) Найдём координаты точек пересечения графиков $y = \frac{2}{x}$ и $y = x + 1$;

$y = \frac{1}{x}$ – график гиперболы, найдём координаты нескольких точек:

$(-0,5; -4); (-1; -2); (-2; -1); (0,5; 4); (1; 2); (2; 1)$;

$y = x + 1$ – график прямой, найдём координаты двух точек $(0; 1)$ и $(1; 2)$;



Ответ: -2 и 1 .

5) Пусть скорость течения реки x км/ч, тогда скорость катера по

течению реки будет $x + 15$ км/ч. Время движения плота составляет $\frac{36}{x}$

часов, а время движения катера $\frac{36}{x+15}$. По условию плот был в пути на 10 часов больше катера, поэтому составляем уравнение:

$$\frac{36}{x} - \frac{36}{x+15} = 10$$

$$\frac{36^{x+15}}{x} - \frac{36^x}{x+15} - \frac{10^{x(x+15)}}{1} = 0$$

$$\frac{36(x+15) - 36x - 10x(x+15)}{x(x+15)} = 0$$

$$\frac{36x + 540 - 36x - 10x^2 - 150x}{x(x+15)} = 0$$

$$\frac{-10x^2 - 150x + 540}{x(x+15)} = 0$$

решаем уравнение $-10x^2 - 150x + 540 = 0$

разделим на -10 , получаем $x^2 + 15x - 54 = 0$

$$D = 15^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-54) = 225 + 216 = 441 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-15 \pm \sqrt{441}}{2 \cdot 1} = \frac{-15 \pm 21}{2}$$

$$x_1 = \frac{-15 + 21}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad x_2 = \frac{-15 - 21}{2} = \frac{-36}{2} = -18$$

подставляем найденные корни в знаменатель:

$$x(x+15) = 3 \cdot (3+15) \neq 0; \quad x = 3 \text{ является корнем}$$

$$x(x+15) = -18 \cdot (-18+15) \neq 0; \quad x = -18 \text{ является корнем}$$

корень -18 не подходит по смыслу задачи (скорость отрицательна),

скорость течения реки 3 км/ч ;

Ответ: 3 км/ч .

б) Рассматриваем функцию $y = 6 - \frac{1}{x^2+1}$; Значение выражения $\frac{1}{x^2+1}$

при $x \rightarrow \pm \infty$ будет бесконечно убывать, а значит значение самой функции будет возрастать, поэтому наименьшее значение функция

будет принимать в точке $x = 0$ и оно будет $y(0) = 6 - \frac{1}{0^2+1} = 6 - 1 = 5$;

Ответ: 5 .