Решение итоговой контрольной работы

Вариант 2

1) $\frac{1}{\sqrt{5}-1} - \frac{1}{\sqrt{5}+1} = \frac{(\sqrt{5}+1)-(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} = \frac{\sqrt{5}+1-\sqrt{5}+1}{(\sqrt{5})^2-1^2} = \frac{2}{5-1} = \frac{2}{4} = 0{,}5$

что и требовалось доказать.

2) Коэффициент при x^2 равен 1 > 0, значит ветви параболы направлены вверх, поэтому функция $y = x^2 - 4x + 2$ имеет наименьшее значение в вершине параболы. Находим координаты вершины параболы:

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2\cdot 1} = 2 \qquad y_0 = 2^2 - 4\cdot 2 + 2 = 4 - 8 + 2 = -2,$$

таким образом наименьшее значение $x^2 - 4x + 2$ равно – 2;

Ответ: – 2.

3) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases}$

преобразуем второе уравнение системы:

$$\frac{1}{x}^{\backslash y} - \frac{1}{y}^{\backslash x} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{y-x}{xy} = \frac{1}{6}$$

$$6(y - x) = xy$$

$$6y - 6x = xy$$

система примет вид:

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 6y - 6x = xy \end{cases}$$

в первом уравнении выражаем y через x: $y = 7 - 2x$

выполним подстановку во второе уравнение системы:

$$6(7 - 2x) - 6x = x(7 - 2x)$$

$$42 - 12x - 6x = 7x - 2x^2$$

$$-18x + 42 = -2x^2 + 7x$$

$$2x^2 - 7x - 18x + 42 = 0$$

$$2x^2 - 25x + 42 = 0$$

$$D = (-25)^2 - 4\cdot 2\cdot 42 = 625 - 336 = 289 > 0$$

$$x_{1;2} = \frac{25 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 2} = \frac{25 \pm 17}{4}$$

$$x_1 = \frac{25+17}{4} = \frac{42}{4} = 10{,}5 \qquad x_2 = \frac{25-17}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

выполним подстановку найденных значений в $y = 7 - 2x$:

$$y_1 = 7 - 2 \cdot 10{,}5 = 7 - 21 = -14 \qquad y_2 = 7 - 2 \cdot 2 = 7 - 4 = 3$$

проверка: при всех значениях x и y, произведение $xy \neq 0$

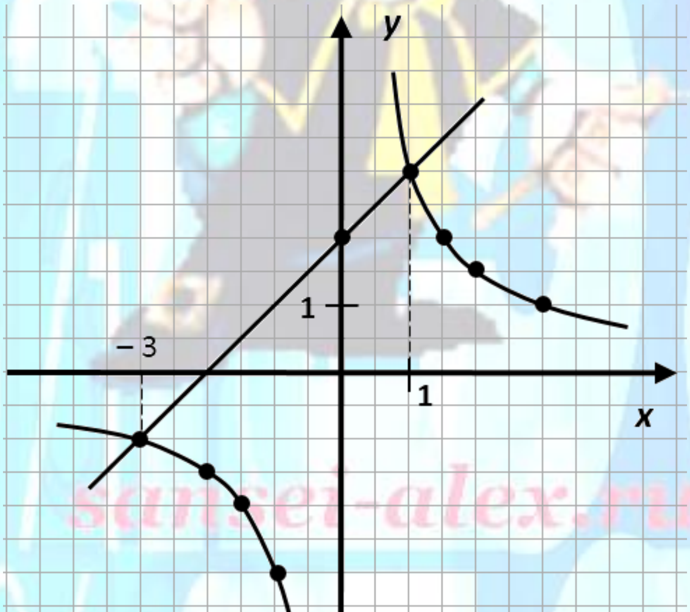
Ответ: (10,5; – 14) и (2; 3).

4) Найдём координаты точек пересечения графиков $y = \frac{3}{x}$ и $y = x + 2$;

$y = \frac{3}{x}$ – график гипербола, найдём координаты нескольких точек:

(– 3; – 1); (– 1,5; – 2); (– 1; – 3); (1; 3); (1,5; 2); (3; 1);

$y = x + 2$ – график прямая, найдём координаты двух точек (0; 2) и (1; 3);



Ответ: – 3 и 1.

5) Пусть скорость течения реки x км/ч, тогда скорость лодки против течения реки будет $6 - x$ км/ч. Время движения на плоту составляет $\frac{12}{x}$ часов, а время движения на лодке $\frac{12}{6-x}$. На всё путешествие по реке путешественник затратил 8 часов, поэтому составляем уравнение:

$$\frac{12}{x} + \frac{12}{6-x} = 8$$

$(6-x \quad (x \quad (x(6-x)$

$$\frac{12}{x} + \frac{12}{6-x} - \frac{8}{1} = 0$$

$$\frac{12(6-x)+12x-8x(6-x)}{x(6-x)} = 0$$

$$\frac{72-12x+12x-48x+8x^2}{x(6-x)} = 0$$

$$\frac{8x^2-48x+72}{x(6-x)} = 0$$

решаем уравнение $8x^2 - 48x + 72 = 0$

разделим на 8, получаем $x^2 - 6x + 9 = 0$

преобразуем левую часть $(x-3)^2 = 0$, откуда $x = 3$

подставим корень в знаменатель:

$x(6-x) = 3 \cdot (6-3) \neq 0$; $x = 3$ является корнем

скорость течения реки 3 км/ч;

Ответ: 3 км/ч.

6) Рассматриваем функцию $y = 5 + \frac{1}{x^2+1}$; Значение выражения $\frac{1}{x^2+1}$ при $x \to \pm\infty$ будет бесконечно убывать, а значит и значение самой функции будет убывать, поэтому наибольшее значение функция будет принимать в точке $x = 0$ и оно будет $y(0) = 5 + \frac{1}{0^2+1} = 5 + 1 = 6$;

Ответ: 6.