

Уравнение из сборника заданий ЕГЭ – профильный уровень(решение)

а) Решите уравнение  $2\left(\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{25}{(x-2)^2}\right) = \frac{x-2}{2} - \frac{5}{x-2} + 16.$

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $[3; 8]$ .

Решение

Обозначим выражение  $\frac{x-2}{2} - \frac{5}{x-2}$  через  $t$  и определяем значение  $t^2$

$$t^2 = \left(\frac{x-2}{2} - \frac{5}{x-2}\right)^2 = \left(\frac{x-2}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{x-2}{2} \cdot \frac{5}{x-2} + \left(\frac{5}{x-2}\right)^2 = \frac{(x-2)^2}{4} - 5 + \frac{25}{(x-2)^2};$$

Таким образом получаем, что  $t^2 = \frac{(x-2)^2}{4} - 5 + \frac{25}{(x-2)^2}$ , откуда

$$\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{25}{(x-2)^2} = t^2 + 5$$

При подстановке новой переменной исходное уравнение принимает вид:

$$2 \cdot (t^2 + 5) = t + 16$$

Решаем уравнение:  $2t^2 + 10 = t + 16$

$$2t^2 - t - 6 = 0 \quad D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 1 + 48 = 49;$$

$$t_1 = \frac{1-7}{4} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2} \quad \text{и} \quad t_2 = \frac{1+7}{4} = \frac{8}{4} = 2;$$

Используя найденные значения  $t$  находим корни исходного уравнения,

предварительно упростив выражение  $\frac{x-2}{2} - \frac{5}{x-2} = \frac{x^2-4x+4-10}{2(x-2)} = \frac{x^2-4x-6}{2(x-2)}$

$$\frac{x^2-4x-6}{2(x-2)} = \frac{-3}{2}$$

$$\frac{x^2-4x-6}{x-2} = -3$$

$$x^2 - 4x - 6 = -3(x-2)$$

$$x^2 - 4x - 6 = -3x + 6$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$\frac{x^2-4x-6}{2(x-2)} = 2$$

$$\frac{x^2-4x-6}{x-2} = 4$$

$$x^2 - 4x - 6 = 4(x-2)$$

$$x^2 - 4x - 6 = 4x - 8$$

$$x^2 - 8x + 2 = 0$$

Используя теорему, обратную Виета

находим корни  $x_1 = -3$  и  $x_2 = 4$

$$D = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 64 - 8 = 56$$

$$x_3 = \frac{8 - \sqrt{56}}{2} = \frac{8 - 2\sqrt{14}}{2} = 4 - \sqrt{14}$$

$$x_4 = \frac{8 + \sqrt{56}}{2} = \frac{8 + 2\sqrt{14}}{2} = 4 + \sqrt{14}$$

б) выполним проверку принадлежности полученных корней, заданному

промежутку  $[3; 8]$  :  $-3$  – нет;  $4$  – да;  $4 - \sqrt{14}$  – нет;  $4 + \sqrt{14}$  – да;  
использовали оценку  $\sqrt{14}$  :  $\sqrt{9} < \sqrt{14} < \sqrt{16}$  , откуда  $3 < \sqrt{14} < 4$   
Ответ: а)  $-3; 4; 4 - \sqrt{14}; 4 + \sqrt{14}$  б)  $4; 4 + \sqrt{14}$

*sansei-alex.ru*



*sansei-alex.ru*

